

# Apprentissage du nombre dérivé

Un mobile  $M$  se déplace sur l'axe  $(0; \vec{j})$ ; et sa position  $p$  sur cet axe à l'instant  $t$  est donnée par :

$$p(t) = -2t^2 + 8t \text{ pour } t \in [0 ; 4].$$

Les unités sont le mètre pour les distances et la seconde pour le temps.

## 1. Approche de la notion de tangente à une courbe en un point.

a. Représenter la portion de courbe représentative de  $p$  avec GeoGebra

Opération	Commande GeoGebra	Lieu
Représentation d'une fonction	$f(x) = \text{expression}$	dans le champ de saisie
Représentation d'une fonction sur un intervalle $[a;b]$	Fonction[ $f(x)$ , a, b]	dans le champ de saisie
Ne pas afficher un objet	Clic droit – Afficher l'objet Ou cliquer sur le bouton de l'objet	objet à ne plus afficher Fenêtre algèbre
Modifier un objet	Clic droit - Propriétés	sur l'objet

b. Faire une recherche sur Internet de la définition de la tangente à une courbe en un point.

Utiliser la commande : **définition: tangente**

On se propose de déterminer une approximation de l'équation de la tangente à la courbe lorsque  $t = 1$ .

c. On place le point  $A(1 ; p(1))$ . Placer un autre point  $B$  sur la courbe de  $p$  très proche de  $A$ . Représenter la droite  $(AB)$ .

Opération	Commande GeoGebra	Lieu
Création d'un point d'abscisse $a$ sur la courbe de la fonction $f$	$M = (a, f(a))$	dans le champ de saisie

d. Déterminer par le calcul l'équation réduite de la droite  $(AB)$ . Comparer cette équation avec celle présente dans la fenêtre algèbre.

Opération	Commande GeoGebra	Lieu
Equation réduite d'une droite	Clic droit – Equation réduite	Equation de la droite dans la fenêtre algèbre

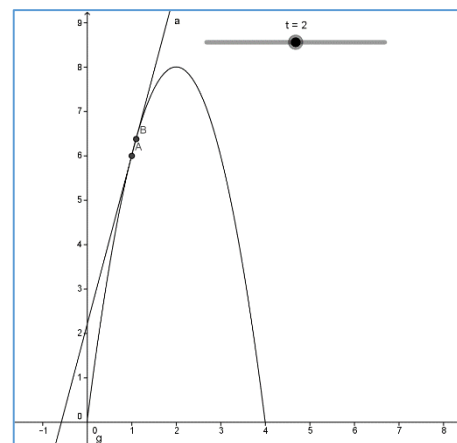
## 2. Donner du sens à la notion de loi horaire

a. Représenter la position du mobile  $M$  (Attention, le point  $M$  se déplace sur  $(0; \vec{j})$  ). Pour cela créer un curseur  $t$  qui varie de 0 à 4 par pas de 0,01 puis représenter le point  $M$ . Animer le curseur.

b.

Opération	Commande GeoGebra	Lieu
Représentation d'un curseur	Clic sur le bouton et sélection	Bouton Menu
Animer un curseur	Clic droit - Animer	Sur le curseur

- c. Visualiser la vitesse du mobile. Pour quelles valeurs de  $t$  est-elle minimale, maximale ? Repérez les vitesses du mobile en fonction du temps, par exemple en  $t = 1$ , en  $t = 2$ , en  $t = 4$ . Selon vous qu'est-ce qui pourrait caractériser cette vitesse ?



### 3. Approche théorique du nombre dérivé d'une fonction en un point

Tentons de calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe de  $p$  au point d'abscisse 1.

- Créer un curseur  $h$  variant de -1 à 1 par pas de 0,01.  
Créer le point  $N(1 + h, p(1 + h))$   
Créer la droite  $(AN)$  lorsque  $A$  et  $N$  ne sont pas confondus.
- Ecrire le coefficient directeur de la droite  $(AN)$  en fonction de  $h$ .
- Utiliser le module de calcul formel de GeoGebra pour l'exprimer en fonction de  $h$ .  
(Entrer l'expression de  $p$  sans la nommer et cliquer sur le bouton pour que le logiciel la nomme – Utiliser  $H$  pour les calculs à la place de  $h$  pour que le logiciel n'utilise pas la valeur numérique de  $h$ ).
- Faire tendre  $h$  vers 0 et donner la valeur de cette expression. A quoi correspond cette valeur ?  
La comparer au coefficient directeur de la droite  $(AB)$ .
- Tracer la tangente à la courbe représentative de  $p$  au point d'abscisse 1.

Opération	Commande GeoGebra	Lieu
Afficher la tangente à une courbe en un point	Cliquer sur la courbe et le point	4 <sup>ème</sup> bouton puis sélectionner « Tangentes »

- f. Faire le calcul de ce nombre « à la main ».

### 4. Retour à la loi horaire, vitesse moyenne et vitesse instantanée

- Calculer la vitesse moyenne du mobile entre l'instant 1 et l'instant associé au point B que vous avez choisi.
- Exprimer la vitesse moyenne du mobile entre l'instant  $t$  et  $t + h$ . Utiliser cette expression pour calculer la vitesse instantanée du mobile à l'instant  $t = 1$ .

### 5. Généralisation

- Calculer la vitesse instantanée aux instants  $t = 2$  et  $t = 3$ .
- Donner une expression de la vitesse instantanée du mobile à un instant quelconque  $a$  appartenant à  $[0 ; 4]$ .

### 6. Synthèse